

EXEMPLO DE CÁLCULO DE VIGA CONTÍNUA

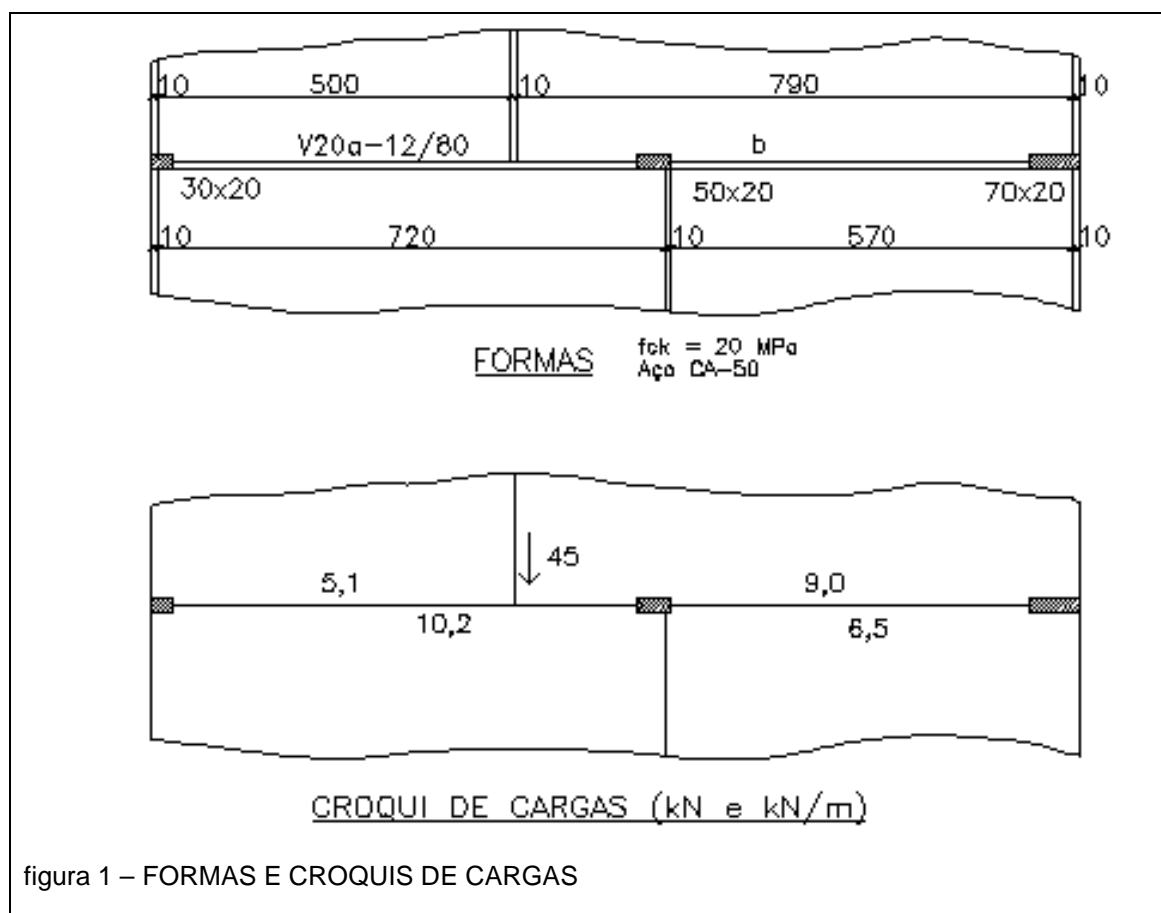
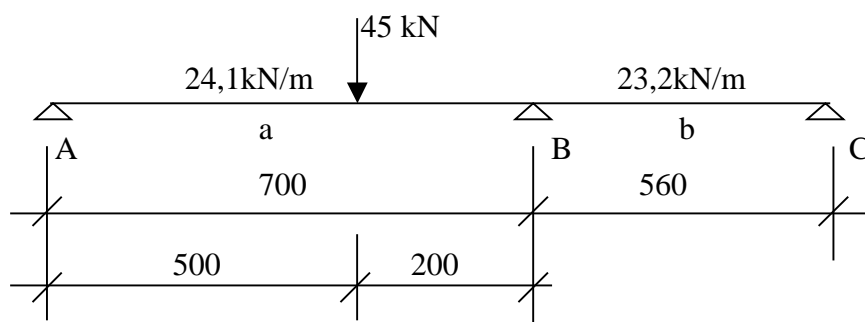


figura 1 – FORMAS E CROQUIS DE CARGAS

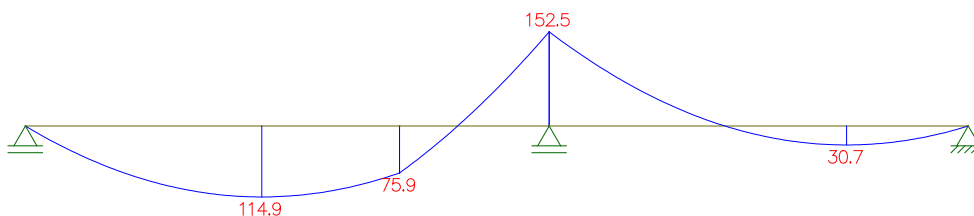
Modelo matemático da viga:



definição dos vãos de cálculo de acordo com o item 14.6.2.4 da NBR 6118

cargas:

	A	a	B	b	C
pp:		2,4	2,4	2,4	(0,12x0,8x25)
Alv.:		5,3	5,3	5,3	(0,15x2,2x16)
lajes:		5,1	9,0	9,0	
lajes:		10,2	10,2	6,5	
total:		23,0	26,9	23,2	

OBS: $24,1 = (23,0 \times 5,0 + 26,9 \times 2,0) / 7,0 = 24,1$ Cálculo dos momentos (FTOOL)MOMENTO NO APOIO CENTRAL

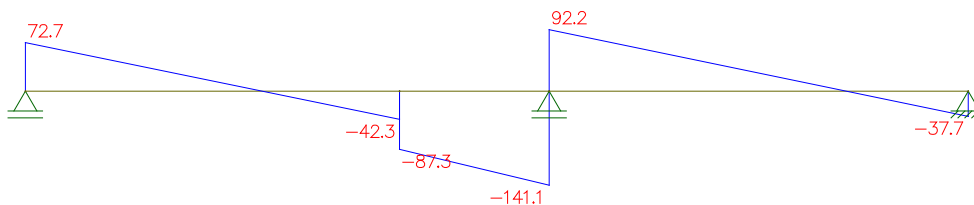
$$M_B = -152,5 \text{ kNm} \rightarrow k_{md} = 0,221 \rightarrow A_s = 7,7 \text{ cm}^2 \rightarrow 4 \phi 16$$

$$A_{s \min} = \frac{0,15}{100} \times b \times h = 0,15\% \times 12 \times 80 = 1,44 \text{ cm}^2 \rightarrow 2 \phi 10$$

$A_{s \min}$ de acordo com o item
17.3.5 da NBR 6118

CORTANTES E MOMENTOS NOS VÃOS:

VÃO "a" :

Cortantes (FTOOL)

$$V_{aA} = 72,7 \text{ kN}$$

$$V_{aB} = 141,1 \text{ kN}$$

Verificação do cisalhamento de acordo com o item 17.4.2.1 da NBR 6118

Verificação da compressão diagonal do concreto

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{cd} b_w c d$$

$$\alpha_{v2} = (1 - f_{ck} / 250)$$

$$f_{ck} = 20 \text{ Mpa}$$

$$\alpha_{v2} = (1 - 20/250) = 0,92$$

$$f_{cd} = 20\,000 / 1,4 = 14\,285 \text{ kN/m}^2$$

$$b_w = 0,12 \text{ m}$$

$$d = 0,76 \text{ m}$$

$$V_{Rd2} = 0,27 \times 0,92 \times 14\,285 \times 0,12 \times 0,76 = 324 \text{ kN}$$

é necessário que: $V_{sd} \leq V_{Rd2}$

sendo $V_{sd} = 141,1 \times 1,4 = 197,5 \text{ kN}$

então $V_{sd} = 197,5 < V_{Rd2} = 324 \gg \text{OK!}$

Cálculo dos estribos

$$V_{sd} \leq V_{Rd3}$$

onde $V_{Rd3} = V_C + V_{SW}$

V_{SW} é a parcela resistida pela armadura transversal (estribos)

V_C é a parcela absorvida por mecanismos complementares ao de treliça

então, fazendo $V_{Rd3} = V_{sd} = 197,5 \text{ kN}$

temos $V_{sd} = V_C + V_{SW}$

ou $V_{SW} = V_{sd} - V_C$

$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_C$ é a resistência à tração no concreto de cálculo, calculado a partir de $f_{ctk,inf}$ definido no item 8.2.5 da NBR-6118

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3} = 0,3 \sqrt[3]{20} = 2,21 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ctm} = 0,7 \times 2,21 = 1,55 \text{ MPa}$$

$$\text{logo } f_{ctd} = 1,55 / 1,4 = 1,11 \text{ MPa}$$

$$V_C = 0,6 \times 1110 \times 0,12 \times 0,76 = 61 \text{ kN}$$

$$\text{então } V_{SW} = 197,5 - 61 = 136,5 \text{ kN}$$

$$V_{SW} = (A_{SW} / s) 0,9 d f_{ywd} (\sin \alpha + \cos \alpha), \text{ onde } \alpha = 90^\circ \text{ (estribos verticais)}$$

$$f_{ywd} = 50 / 1,15 = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{logo } (A_{SW} / s) = V_{SW} / 0,9 d f_{ywd}$$

$$\text{ou } (A_{SW} / s) = 136,5 / 0,9 \times 0,76 \times 43,5 = 4,58 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \rightarrow \quad \phi 6,3 \text{ c.14}$$

$$A_{sw\text{mín}} = 0,2 (f_{ctm} / f_{ywk}) s b_w$$

$$A_{sw\text{mín}} = 0,2 (2,21 / 500) \times 100 \times 12 = 0,0884 \times 12 = 1,06 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$A_{sw\text{mín}}$ de acordo com o item 17.4.1.1.1 da NBR 6118

no apoio "A"

$$V = 72,7 \text{ kN} \quad V_d = 101,8 \text{ kN}$$

verificação do concreto

já verificado no cortante em "B" que é maior que este.

estribos

$$V_{SW} = 101,8 - 61 = 40,8 \text{ kN}$$

$$(A_{SW} / s) = 40,8 / 0,9 \times 0,76 \times 43,5 = 1,4 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sw\text{mín}} = 1,06 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Momento

$$x_{aA} = 3,17 \text{ m}$$

$$M_a = 114,9 \text{ kNm} \rightarrow k_{md} = 0,167 \rightarrow A_s = 5,5 \text{ cm}^2 \rightarrow 5 \phi 12,5$$

$$M_i = 75,9 \text{ kNm}$$

VÃO "b" :

Cortantes

$$V_{bB} = 92,2 \text{ kN}$$

$$V_{bC} = 37,7 \text{ kN}$$

$$\text{para } V_d = 92,2 \times 1,4 = 129 \text{ kN}$$

verificação do concreto

já verificado no cortante em "B" que é maior que este.

estribos

$$V_{SW} = 129 - 61 = 68 \text{ kN}$$

$$(A_{SW} / s) = 68 / 0,9 \times 0,76 \times 43,5 = 2,29 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \phi 6,3 \text{ c.27}$$

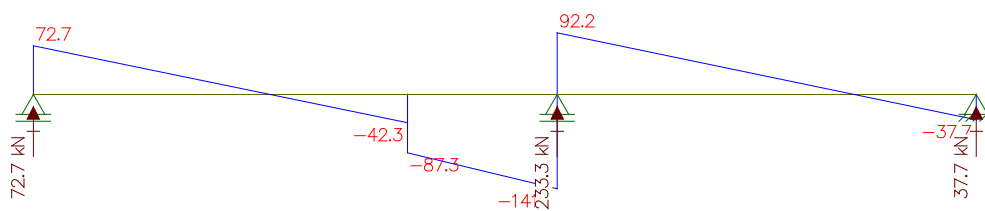
$$A_{sw\text{mín}} = 1,06 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Momento

$$x_{aA} = 1,62 \text{ m}$$

$$M_a = 30,7 \text{ kNm} \rightarrow k_{md} = 0,045 \rightarrow A_s = 1,4 \text{ cm}^2$$

$$A_{s\text{min}} = 1,44 \text{ cm}^2 \rightarrow 2 \phi 10$$

REAÇÕES

$$R_A = 72,7 \text{ kN}$$

$$R_B = 233,3 \text{ kN}$$

$$R_C = 37,7 \text{ kN}$$

Armadura de pele (costelas)

$$A_{lat} = \frac{0,10}{100} \times 12 \times 80 = 0,96 \text{ cm}^2 / \text{face}$$

A_s lat de acordo com o item
17.3.5.2.3 da NBR 6118

EXEMPLO DE ARMADURA DE VIGA CONTÍNUA

(Este exemplo é continuação da viga de dois vãos anteriormente calculada)

O detalhamento das barras, a partir do DMF, está defilnido no item 18.3.2.3.1 da NBR-6118

1ª PARTE – DECALAGEM DO DMF

Será feito o deslocamento do diagrama de momentos da viga para construção do diagrama de forças. Este deslocamento, ou DECALAGEM, seguirá o disposto no item 17.4.2.2 (valores de a_t) da NBR 6118 .

$$a_t = d \left[\frac{V_{sd, \text{máx}}}{2(V_{sd, \text{máx}} - V_C)} (1 + \cot g \alpha) - \cot g \alpha \right] \geq 0,5 d$$

para $\alpha = 90^\circ$ $\cot g \alpha = 0$

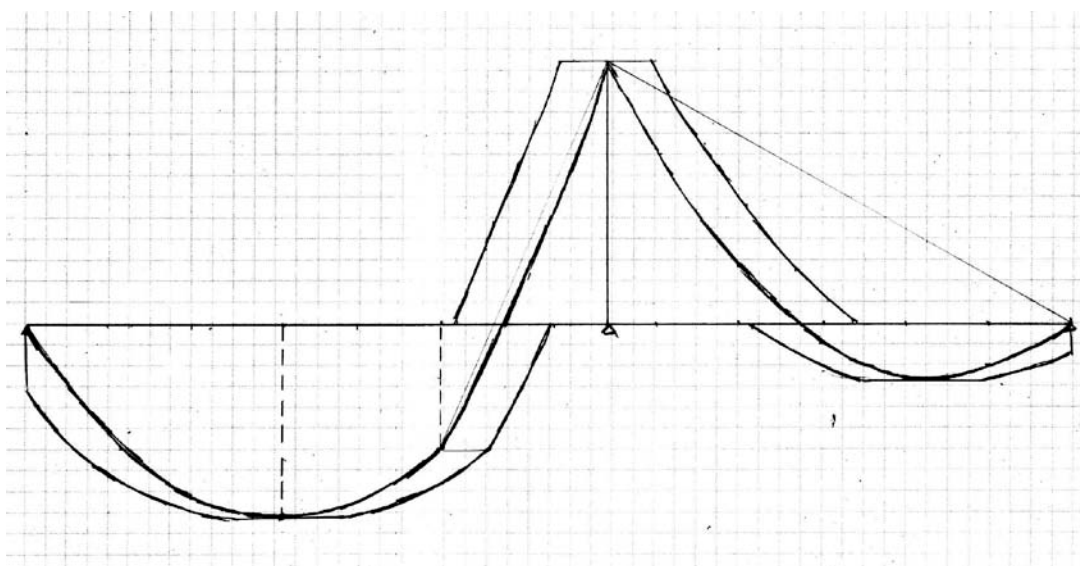
sendo $d = 76 \text{ cm}$

$V_{sd, \text{máx}} = 195 \text{ kN}$

$V_C = 61 \text{ kN}$

$$\text{então } a_t = 76 \left[\frac{195}{2(195 - 61)} \right] = 76 \times 0,73 = 56 \text{ cm}$$

A figura abaixo apresenta o diagrama de momentos e o de forças, correspondente ao diagrama de momentos decalado de a_t (para "fora").



2ª PARTE – ESTUDO DA ARMADURA SUPERIOR

A) Estudaremos a distribuição das 4 barras Ø16 sobre o apoio B.

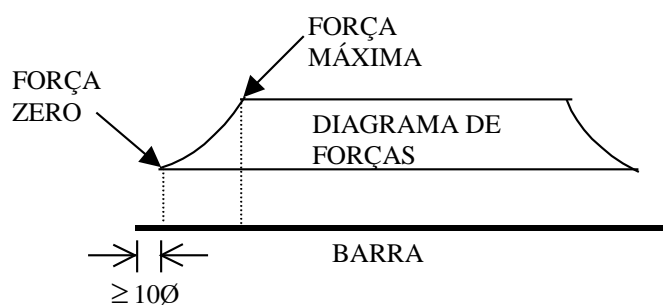
A ordenada do diagrama sobre “B” será dividida em 4 partes (correspondentes às 4 barras) e o diagrama será dividido em quatro outros diagramas horizontais de forças, um para cada barra (4 “fatias” horizontais).

Na verdade este diagrama (sobre “B”) está dividido proporcionalmente às áreas de cada barra (no caso são 4 áreas iguais). Se nós tivéssemos barras de bitolas diferentes entre si, a divisão do diagrama deveria ser proporcional às áreas de cada bitola.

Cada um dos 4 novos diagramas (fatias horizontais) corresponde a uma barra.

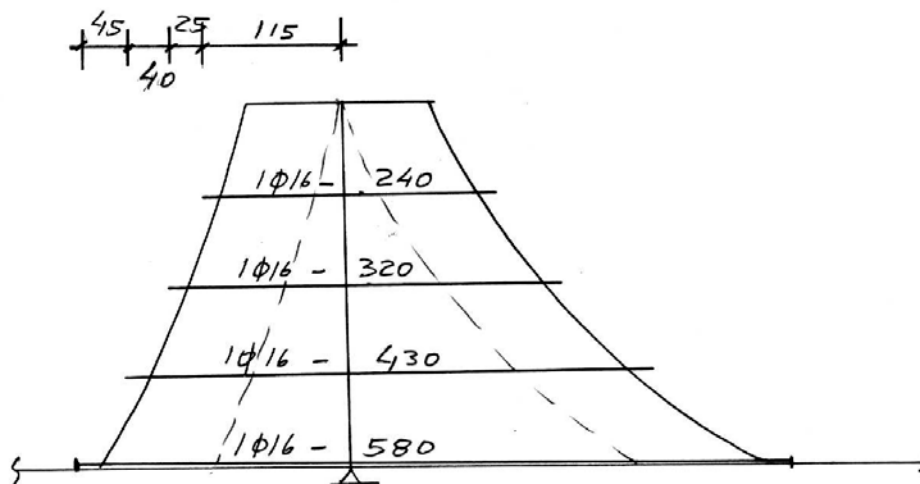
O comprimento de cada barra é o comprimento de cada diagrama.

Observe-se que a força em cada barra começa a decrescer a partir do término do diagrama da barra anterior, chegando a zero no término do seu próprio diagrama.



A Norma Brasileira recomenda um acréscimo de $10\varnothing$, de cada lado, no comprimento das barras, para prever erro de traçado.

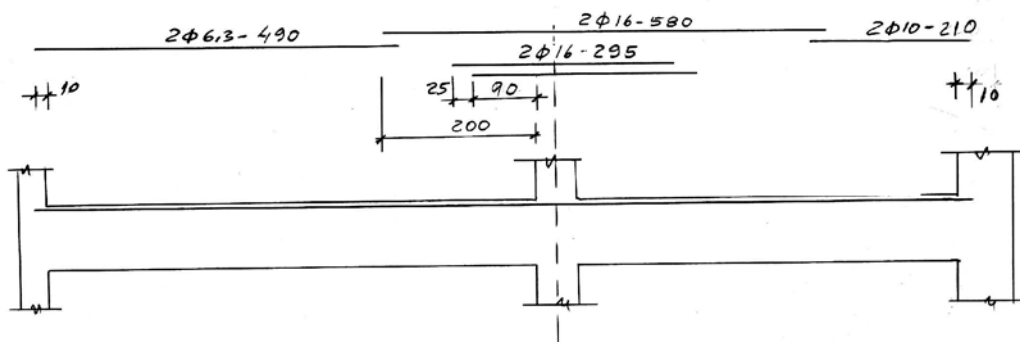
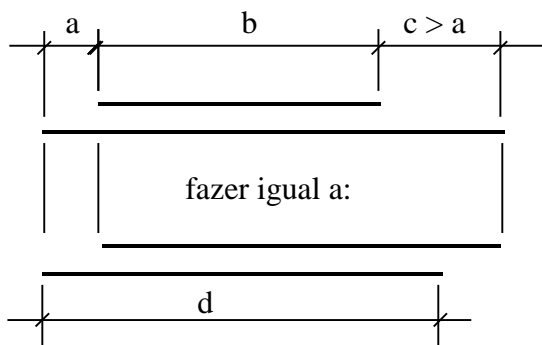
A figura a seguir mostra a configuração básica das 4 barras Ø16. Esta configuração será mudada posteriormente para adaptação às formas.



B) Estudo das barras de montagem e arrumação das barras da armadura principal
 (“negativas”)

Vamos, agora, “arrumar” as barras:

- Será necessário colocar barras (duas) para montagem dos estribos onde não estão previstas barras da armadura principal. Estas barras de montagem deverão ter, no mínimo, a bitola dos estribos. Como os estribos são $\varnothing 6,3$, adotaremos esta bitola nas barras de montagem.
- Para não “picotarmos” muito as barras (isto é, fazermos muitos comprimentos diferentes) podemos fazer as duas barras $\varnothing 16$ (de maior comprimento) iguais (pela maior).
- As duas barras de montagem “traspassam” com as duas barras maiores $\varnothing 16$ cerca de um espaçamento de estribos. Estas duas barras de montagem “entram” no pilar da esquerda (apoio A) um mínimo possível para a sua amarração na obra (cerca de $10\varnothing$, por exemplo).
- As duas barras menores de $\varnothing 16$ podem ser igualadas para permitir que tenham apenas uma posição no desenho (um único corte na obra), como na figura abaixo:



3ª PARTE – ESTUDO DA ARMADURA INFERIOR

A) Estudaremos a distribuição das 5 barras Ø12,5 no vão “a”

A distribuição das 5 barras Ø12,5 será feita de forma idêntica ao que foi feito para as 4Ø16 da armadura superior.

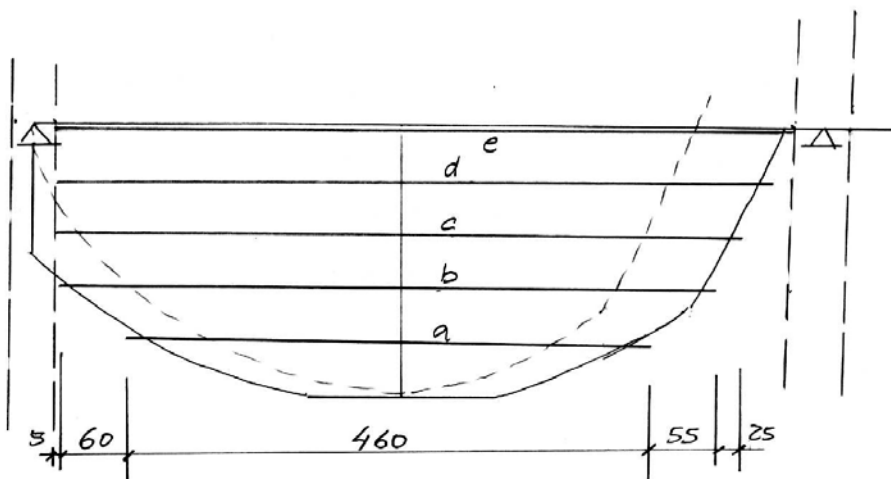
Neste caso poderão ocorrer algumas situações específicas quando se desenha as barras no diagrama:

- 1º Algumas barras não chegam até o apoio da esquerda;
- 2º Algumas barras chegam ao apoio da esquerda;
- 3º Algumas barras não chegam até o apoio da direita;
- 2º Algumas barras chegam ao apoio da direita;.

É importante destacar que quando nos referimos ao apoio (direita ou esquerda) estamos nos referindo ao apoio verdadeiro, isto é, ao pilar (no caso deste exemplo), e não ao apoio teórico do cálculo estrutural.

O apoio da esquerda, apoio “A”, é chamado de apoio “extremo” de viga contínua e o da direita, apoio “B”, é o apoio “interno” de viga contínua. A NBR-6118 recomenda que se leve pelo menos 1/3 das barras inferiores até o apoio extremo e 1/4 até o apoio interno.

A seguir apresentamos as barras inferiores do primeiro vão sem a análise dos apoios:



Analisaremos, agora, cada caso de apoio:

No apoio da Esquerda

As barras ‘a’ e ‘b’ não alcançam o apoio. Neste caso elas terão o comprimento conforme definido no diagrama.

As barras ‘c’, ‘d’ e ‘e’ atingem o pilar de apoio. Neste caso será calculado o comprimento de ancoragem $l_{b,nec}$ para as barras (conforme item 9.4.2.5 da Norma)

Sendo $\ell_{b, nec} = \alpha_1 \ell_b \cdot \frac{A_{s, calc}}{A_{s, ef}}$

onde $\alpha_1 = 1,0$ para barras sem gancho e $\alpha_1 = 0,7$ para barras com gancho

$A_{s, ef}$ é a área das barras que chegam ao apoio: $A_{s, ef} = 3 \times 1,25 = 3,75 \text{ cm}^2$

$A_{s, calc}$ é a área das barras necessária para resistir à força de tração R_{st} que atua, horizontalmente, no apoio.

Sabe-se que $R_{st} = (a/d) \times V$, ou, $R_{std} = (a/d) \times Vd$

No exemplo: $R_{std} = (56/76) \times 75 \times 1,4 = 77,4 \text{ kN}$

e $A_{s, calc} = R_{std} / f_{yd} = 77,4 / 43,5 = 1,8 \text{ cm}^2$

O comprimento de ancoragem será calculado de acordo com o item 9.4 da Norma.

Conforme 9.4.2.4 o comprimento básico de ancoragem é:

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

A tensão de resistência de aderência (f_{bd}) é dada por: (item 9.3.2.1 da Norma)

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd}$$

onde $\eta_1 = 2,25$ (barras nervuradas – tab. 8.2 da NBR 6118)
 $\eta_2 = 1,0$ (situação de boa aderência – item 9.3.1 da NBR 6118)
 $\eta_3 = 1,0$ (para $\phi \leq 32 \text{ mm}$) ou $\eta_3 = (132 - \phi) / 100$ (para $\phi \geq 32 \text{ mm}$)

$$f_{ctd} = f_{ctk, inf} / \gamma_c$$

$f_{ctk, inf}$ é definido em 8.2.5 da Norma: $f_{ctk, inf} = 0,7 f_{ct, m}$

$$f_{ct, m} = 0,3 \sqrt[3]{f_c k^2}$$

então: $f_{ct, m} = 0,3 \sqrt[3]{20^2} = 2,21 \text{ MPa}$

$$f_{ctk, inf} = 0,7 \times 2,21 = 1,55 \text{ MPa}$$

$$f_{ctd} = 1,55 / 1,4 = 1,11 \text{ MPa}$$

$f_{bd} = 2,25 \times 1,0 \times 1,0 \times 1,110 = 2.500 \text{ kN/m}^2$

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{43,5}{0,25} = 43,5 \phi$$

para $\phi 12,5$

$$\ell_b = 43,5 \phi = 43,5 \times 1,25 = 55 \text{ cm}$$

O comprimento necessário, considerando $\alpha_1 = 1,0$ será:

$$\ell_{b, nec} = 55 \times \frac{1,8}{3,75} = 27 \text{ cm}$$

Pelo item 9.4.2.5 da NBR 6118 o comprimento de ancoragem necessário está limitado a:

$$\ell_{b, nec} \geq 0,3 \ell_b ; 10 \varnothing \text{ ou } 10 \text{ cm}$$

no caso:

$$\ell_{b, nec} \geq 0,3 \times 55 = 17 \text{ cm} ; 10 \times 1,25 = 13 \text{ cm} \text{ ou } 10 \text{ cm}$$

adotado: $\ell_{b, nec} = 27 \text{ cm}$

Observe-se que o comprimento de 27 cm cabe no pilar de 30 cm.

Caso o comprimento de ancoragem reta não coubesse no pilar adotariamos um gancho na extremidade das barras, reduzindo o comprimento de ancoragem.

O comprimento (horizontal) da ancoragem, com gancho, é $0,7 \ell_b = 0,7 \times 27 = 19 \text{ cm}$

As limitações acima permanecem válidas:

$$\ell_{b, nec} \geq 0,3 \times 55 = 17 \text{ cm} ; 10 \times 1,25 = 13 \text{ cm} \text{ ou } 10 \text{ cm}$$

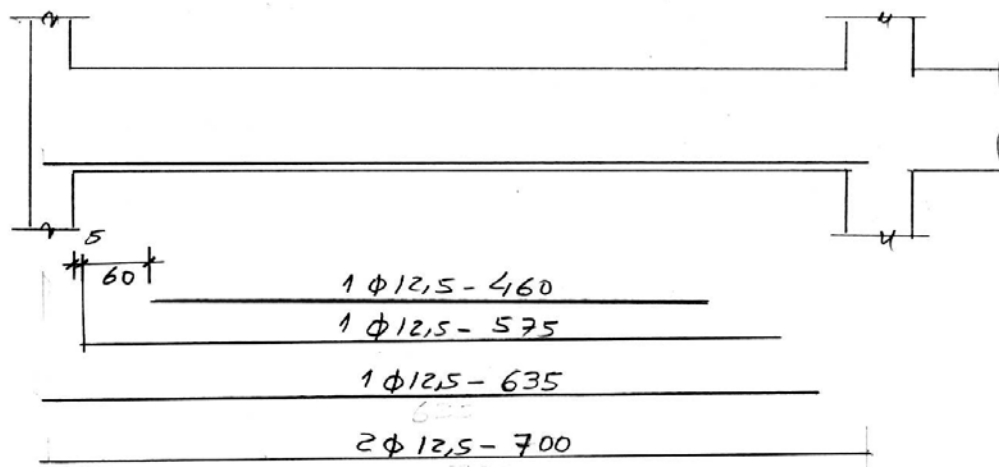
adotado: $\ell_{b, nec} = 19 \text{ cm}$

Os ganchos obedecem ao definido no item 9.4.2.3 da Norma

No apoio da Direita

As barras 'a', 'b' e 'c' não alcançam o apoio. Neste caso elas terão o comprimento conforme definido no diagrama.

As barras 'd' e 'e' também não alcançam o apoio mas teremos que leva-las até ele. Como não há necessidade do cálculo de ancoragem neste local as barras "entrarão" cerca de $10 \varnothing$ no apoio.



B) Estudaremos agora as duas barras $\varnothing 10$ no vão "b"

Neste caso temos as duas barras $\varnothing 10$ ao longo de todo o vão "b".

No apoio da esquerda as barras penetrarão $10\varnothing$, enquanto que no apoio da direita será calculada a ancoragem:

$$R_{std} = (55/76) \times 38 \times 1,4 = 39 \text{ kN}$$

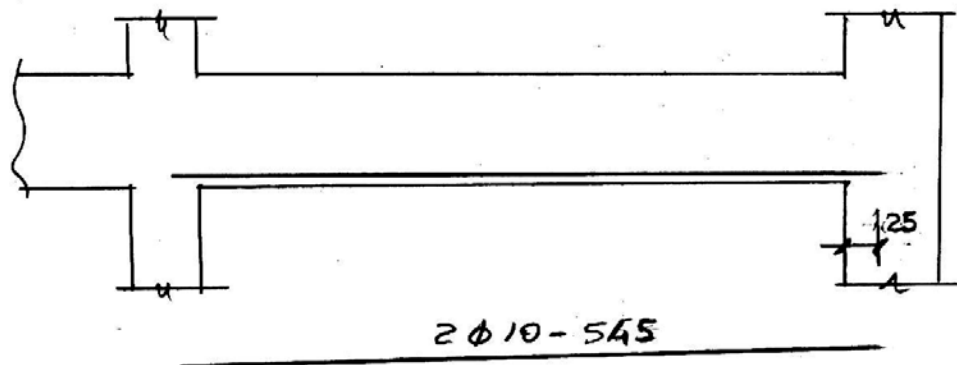
$$A_{s,calc} = R_{std} / f_{yd} = 39 / 43,5 = 0,9 \text{ cm}^2$$

$$l_{b1} = 43,5\varnothing = 43,5 \times 1,0 = 44 \text{ cm}$$

$$l_b = 44 \times (0,9 / 2 \times 0,8) = 25 \text{ cm}$$

conferindo: $l_{b,nec} \geq 0,3 \times 44 = 13 \text{ cm}$; $10 \times 1,00 = 10 \text{ cm}$ ou 10 cm

Será adotada ancoragem reta de 25cm a partir da face do pilar.



4ª PARTE – ESTRIBOS E COSTELAS

A) Estribos

No vão "a" foram calculados estribos para o contante junto ao apoio da esquerda (apoio A), correspondente a $\varnothing 6,3$ c.59 ($A_{sw,minh} = 1,06 \text{ cm}^2/\text{m}$), e junto ao apoio da direita (esquerda do apoio B), correspondente a $\varnothing 6,3$ c.14.

Os estribos serão distribuídos de acordo com o diagrama de cortante, conforme figura a seguir, respeitados os limites máximos de espaçamento.

Os limites de espaçamento de estribos estão definidos no item 18.3.3.2 da Norma e são, em resumo, os seguintes:

quando $V_d \leq 2/3 V_{Rd2}$ então $s_{MÁX} = 0,6 d \leq 30 \text{ cm}$

quando $V_d > 2/3 V_{Rd2}$ então $s_{MÁX} = 0,3 d \leq 20 \text{ cm}$

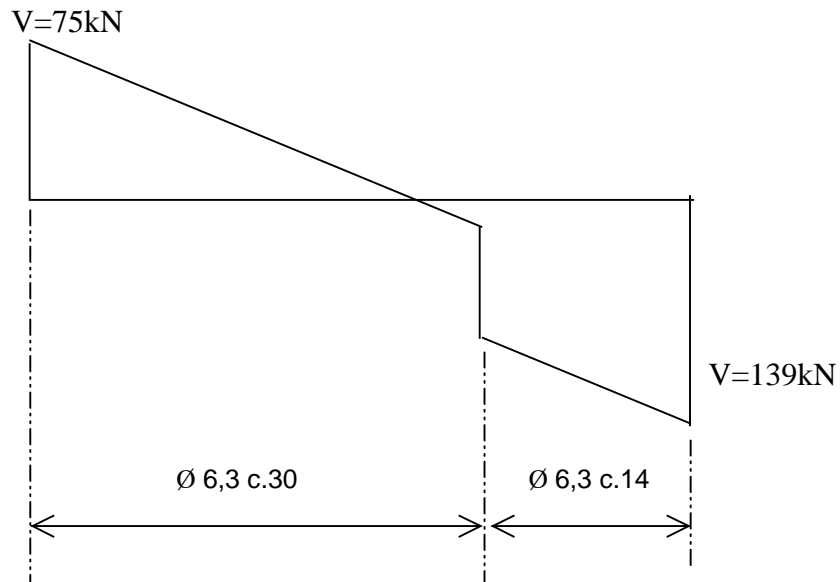
No caso: $V_d = 105\text{kN}$ e $V_{Rd2} = 324\text{kN}$

então $V_d > 2/3 V_{Rd2}$

logo: $s_{MÁX} = 0,6 d = 0,6 \times 76 = 46$

adotado: $s = 30\text{cm}$ ou $\text{Ø}6,3 \text{ c.}30$

Pelo diagrama de cortantes temos:



No vão "b" foram calculados estribos para o cortante junto ao apoio da esquerda (direita do apoio B), correspondente a $\text{Ø}6,3 \text{ c.}27$.

Os estribos serão distribuídos ao longo de todo o vão "b".

B) Costelas

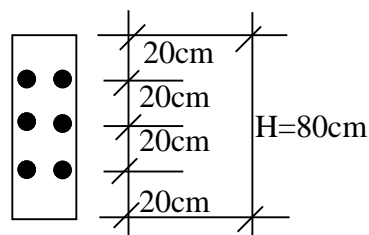
Por se tratar de viga com altura superior a 60cm serão colocadas costelas, nas duas faces da alma da viga, correspondentes a:

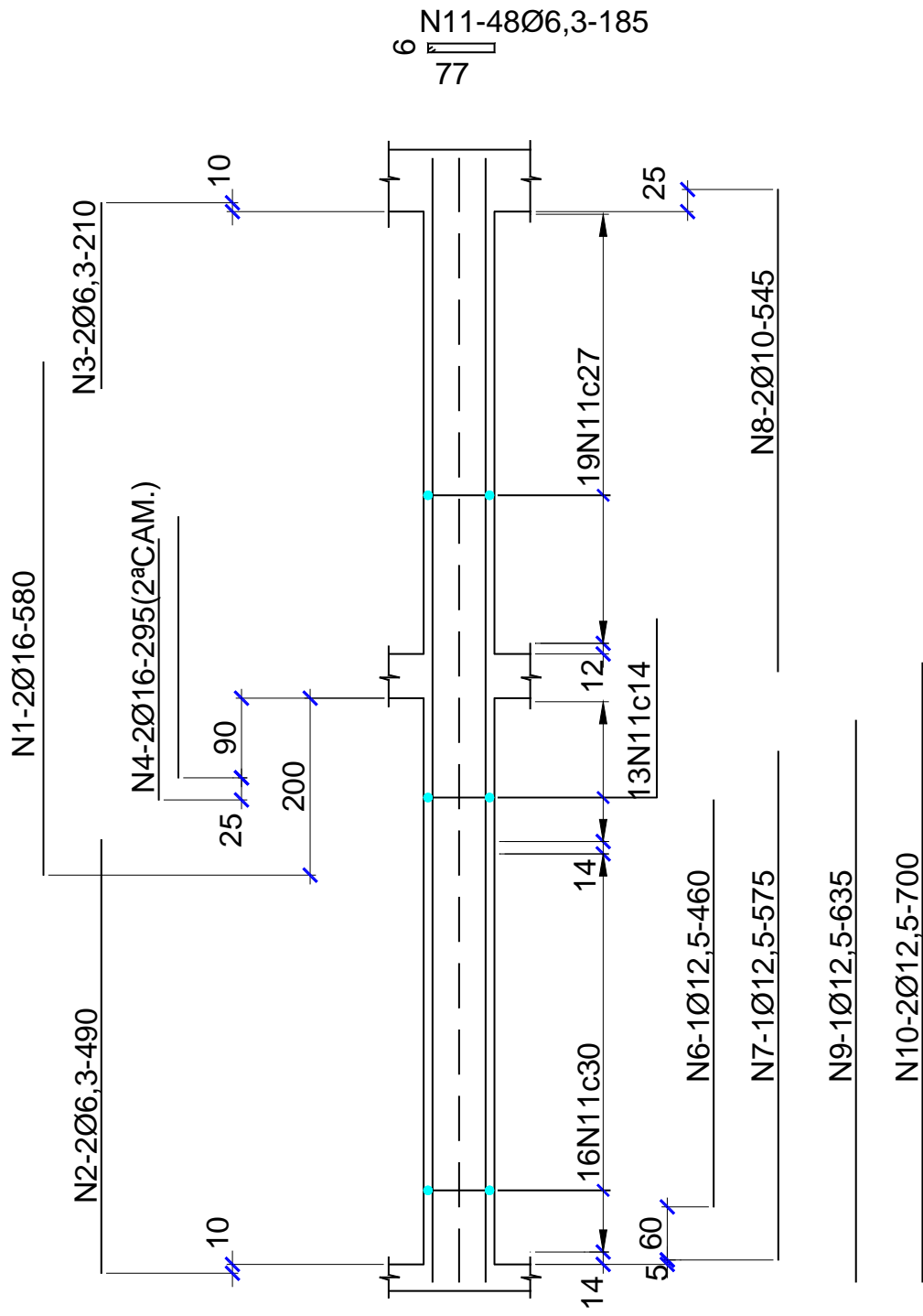
$$A_{s, \text{lat}} = 1,0\% b_w h = 0,001 \times 12 \times 80 = 0,96\text{cm}^2 / \text{face}$$

Adotaremos $\text{Ø}6,3$ ($0,315\text{cm}^2$, cada):

quantidade de costelas: $0,96 / 0,315 = 3\text{Ø}$

espaçamento entre costelas: $80\text{cm} / 4 = 20 \text{ cm}$





V20-12/80-ARMADURA